

Identification aveugle du milieu de dispersion et localisation de source de pollution par observations multicapteur

E.Ternisien - G. Roussel - M. Benjelloun

Laboratoire d'Analyse des Systèmes du Littoral
(EA 2600)
Université du Littoral Côte d'opale
195 rue du Pasteur Martin Luther King, B.P 649
62228 Calais CEDEX, FRANCE
Eric.Ternisien@lasl-gw.univ-littoral.fr
Tél : 03-21-46-06-81

Résumé : Nous abordons ici le problème de l'identification aveugle des matrices d'un système d'état discret (A, B, C) caractérisant le modèle de dispersion de type *Navier-Stokes* à partir de N observations d'un réseau de n_c capteurs localisés, la source étant totalement inconnue d'un point de vue spatial et temporel. Une fois l'identification effectuée, cela nous permet d'envisager la déconvolution du signal source. Dans cette étude, nous adaptons les méthodes d'identification aveugle de type sous-espace pour effectuer l'estimation conjointe des matrices d'évolution et de commande. Une réduction du domaine potentiel de localisation de la source, basée sur la détermination des retards de propagation, permet de diminuer l'espace de recherche.

Mots clés : Localisation, modèle de dispersion, identification aveugle, déconvolution, réseaux de capteurs.

1. Introduction

La localisation de source est une préoccupation fréquente, en particulier à l'heure actuelle, où le développement des réseaux de surveillance de pollution permet d'effectuer des mesures de concentration autour des sites sensibles. Soit une région rectangulaire plane soumise à la surveillance de la pollution atmosphérique par l'intermédiaire d'un réseau de capteurs localisés en des sites répertoriés. Ces capteurs fournissent, selon une fréquence d'échantillonnage

suffisante vis à vis de la dynamique des signaux, la concentration d'un composé chimique responsable d'une pollution du milieu surveillé. Supposons que les mesures signalent à un instant donné une augmentation sensible du niveau de concentration du polluant causée par un incident survenant sur l'une des sources répertoriée ou inconnue. Le problème est alors de localiser la source responsable de cette évolution inhabituelle des mesures et d'estimer son flux dynamique sur la seule base des observations et de la connaissance des conditions d'advection supposées constante sur la période d'observation (ici la direction et la vitesse du vent). Les caractéristiques de dispersion évoluant dans le temps en fonction des conditions météorologiques, il est donc indispensable d'identifier en ligne les conditions de diffusion pour le modèle utilisé. En absence de moyen spécifique permettant de mesurer les caractéristiques de diffusion, une méthode consiste alors à identifier de façon "aveugle", c'est à dire ici sans information *a priori* sur la source et les paramètres du modèle. Cette étude est donc basée sur les techniques dites de sous-espace, permettant l'estimation des réponses impulsionnelles des systèmes source-capteurs. Cette technique, utilisant la décomposition en valeurs propres de la matrice de corrélation est le fondement des méthodes harmoniques de recherche de directions d'arrivée des sources (DOA). Relativement robuste aux erreurs de modélisation, nous avons adapté ce principe au cas où le modèle dynamique d'état est paramétrisé par la connaissance *a priori* du modèle de propagation (Ternisien et al., 2000).

La section (2) de cet article présente l'étape de discrétisation du modèle de dispersion de *Navier-Stokes*. Celle-ci conduit à une représentation d'état (A, B, C) pour laquelle on soulignera la forme particulière de la matrice d'évolution A et du vecteur de commande B . La paramétrisation utilisée conduit ici à une simplification de l'identification aveugle par une réduction du nombre de paramètres à identifier. On présentera ensuite au lecteur la méthode de localisation en proposant un critère d'estimation des réponses impulsionnelles par sous-espace à chaque position potentielle de la source. Celui-ci vérifie pour chacune d'elle la coïncidence des réponses impulsionnelles implicites intercapteurs en mesurant l'erreur entre les observations et les sorties estimées des différentes fonctions de transfert intercapteurs. La réduction de la zone potentielle d'émission est envisagée par la recherche des positions de sources pour lesquelles les retards de propagation entre chaque paire de capteurs coïncident avec les décalages observables au niveau des maxima des séquences d'intercorrélations. La déconvolution est abordée à la fin de cette article comme étape finale du processus de caractérisation de la source.

2. Modèle de dispersion et discrétisation

Le modèle que nous proposons d'utiliser est l'équation différentielle de *Navier-Stokes*. La généralité de ce dernier permet de l'appliquer à de nombreux types de problème de dispersion contenant un terme d'advection et de diffusion, y compris certains phénomènes physico-chimiques caractérisant la dispersion sans turbulence d'un composé hostile au milieu (pollution atmosphérique ou hydraulique). Notre étude se limite au cas bidimensionnel, ce qui est une approximation acceptable lorsque les écarts d'altitude entre la source et les différents capteurs sont négligeables vis à vis des dimensions du plan d'observation. L'approximation 2D du modèle réel ne représente pas une déformation importante si la connaissance des paramètres physiques n'est pas une fin en soi. En effet, l'objectif est ici plus de localiser et d'estimer un modèle de comportement permettant de déconvoluer le signal source. De même, le modèle de capteur n'est pas explicitement apparent mais il est intégré dans le modèle de comportement du système source-capteur. Couramment, les hypothèses simplificatrices suivantes sont énoncées:

- Les recombinaisons chimiques ne sont pas considérées.
- Les coefficients de diffusion K_x et K_y sont pris constants spatialement et temporellement.

- Le vecteur vent \vec{U} (défini par ses composantes U_x et U_y) est supposé constant en direction et en intensité dans la fenêtre temporelle d'observation.

Notons que ces limitations représentent des contraintes assez fortes sur le domaine de validité de l'algorithme. Celui-ci est utilisable sur des horizons temporels où toutes les conditions précédentes sont réunies. La deuxième condition dépend de la nature réactive du composé chimique. La troisième condition est facilement vérifiée si l'on considère un épisode de courte durée (quelques heures) et une zone d'observation de taille limitée (quelques dizaines de km²).

La forme du modèle utilisée est donc :

$$\frac{\partial v(x, y, t)}{\partial t} + U_x \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial x} + U_y \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} = K_x \frac{\partial^2 v(x, y, t)}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 v(x, y, t)}{\partial y^2} + S(x, y, t) \quad (1)$$

Lorsque le maillage est suffisamment fin, la discrétisation peut s'effectuer en adoptant les différences finies comme approximation au premier ordre des dérivées. Plus spécifiquement, nous utilisons la méthode décentrée en espace dite méthode "upwind" (Euvrard, 1994), plus appropriée lorsque la présence d'un terme d'advection impose une direction privilégiée dans le calcul des dérivées. Le modèle discrétisé est alors :

$$\Upsilon_{i,j}^{n+1} = m_1 \Upsilon_{i+1,j}^n + m_2 \Upsilon_{i,j}^n + m_3 \Upsilon_{i-1,j}^n + m_4 \Upsilon_{i,j+1}^n + m_5 \Upsilon_{i,j-1}^n + m_6 S_{i,j}^n \quad (2)$$

$\Upsilon_{i,j}^n$ étant la représentation discrète à l'instant n et à la position (i, j) de la concentration $v(x, y, t)$. Les paramètres m_q ($q = 1 \dots 6$) sont fonction de l'advection U_x et U_y , de la diffusion K_x et K_y , des pas du maillage spatial h et k selon les axes x et y et du pas temporel p défini par l'échantillonnage des observations. Plus précisément, on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{pK_x}{h^2} \\ m_2 &= 1 - \frac{p|U_x|}{h} - \frac{p|U_y|}{k} - \frac{2pK_x}{h^2} - \frac{2pK_y}{k^2} \\ m_3 &= \frac{p|U_x|}{h} + \frac{pK_x}{h^2} \\ m_4 &= \frac{pK_y}{k^2} \\ m_5 &= \frac{p|U_y|}{k} + \frac{pK_y}{k^2} \\ m_6 &= p \end{aligned}$$

Ici, la source étant ponctuelle, sa contribution dans l'équation est nulle sauf quand $(i, j) = (x_s, y_s)$, c'est à dire quand le point courant correspond à la position de la source.

3. Représentation d'état

En absence de source, le calcul de la dispersion discrète (2) en tout point d'un maillage rectangulaire de dimension $((L/h) \times (l/k))$ conduit à la forme matricielle $\Upsilon^{n+1} = A\Upsilon^n$

Les composantes du vecteur Υ^n représentent la concentration en chaque point (i, j) à l'instant d'échantillonnage n . Il est construit en concaténant les L lignes du maillage. On a donc un vecteur de taille $(L \times l) \times 1$ et de forme :

$$\Upsilon^n = [[\Upsilon_{1,1}^n, \dots, \Upsilon_{1,j}^n, \dots, \Upsilon_{1,l}^n]^T, \dots, [\Upsilon_{i,1}^n, \dots, \Upsilon_{i,j}^n, \dots, \Upsilon_{i,l}^n]^T, \dots, [\Upsilon_{L,1}^n, \dots, \Upsilon_{L,j}^n, \dots, \Upsilon_{L,l}^n]^T]^T \quad (3)$$

Dans le cas d'un espace ouvert, sans conditions aux limites horizontales, ce codage conduit à une forme tri-diagonale par blocs de la matrice d'état A :

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & A_{L-1,L-2} & A_{L-1,L-1} & A_{L-1,L} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & A_{L-1,L} & A_{L,L} \end{pmatrix}$$

où chaque bloc $A_{k,k}$, $A_{k,k+1}$ et $A_{k-1,k}$ dépend des paramètres m_q . Plus précisément, on peut

établir : $A_{k,k} = \begin{bmatrix} m_2 & m_1 \\ m_3 & m_2 & m_1 \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & m_3 & m_2 & m_1 \\ & & & m_3 & m_2 \end{bmatrix}$, $A_{k,k+1} = \begin{bmatrix} m_4 \\ & \ddots \\ & & m_4 \end{bmatrix}$, et $A_{k-1,k} = \begin{bmatrix} m_5 \\ & \ddots \\ & & m_5 \end{bmatrix}$.

Notons que la troncature engendrée par la matrice A est responsable d'une légère erreur au voisinage des bords de la zone. Néanmoins, cette erreur est peu propagée vers l'intérieur du maillage si le schéma numérique de discrétisation est stabilisant, ce qui est assuré si les valeurs propres de la matrice A sont à l'intérieur du cercle unité. Le théorème de *Gerschgorin-Hadamard* nous permet de poser cette condition en imposant le rayon spectral $\rho = \max_i \sum_j |a_{ij}|$ inférieur à l'unité (Lascaux, 1993). Ceci entraîne la relation :

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 \leq 1 \quad (4)$$

La condition (4) sera toujours assurée si $p \leq \frac{h^2 k^2}{2k^2 K_x + 2h^2 K_y + hk^2 |U_x| + kh^2 |U_y|}$, ce qui laisse malgré tout une grande latitude quant au choix de la période d'échantillonnage p .

En présence d'une source, il est clair que la forme récurrente $\Upsilon^{n+1} = A\Upsilon^n$ est équivalente à l'équation d'état (5) :

$$\begin{cases} \Upsilon^{n+1} &= A\Upsilon^n + m_6 B S^n + w^n \\ y^n &= C\Upsilon^n + b^n \end{cases} \quad (5)$$

Cette représentation d'état présente ici l'avantage de mettre en évidence le terme d'évolution A , le vecteur d'état Υ^n représentant la concentration en tout point du maillage et le terme de commande $B S^n$ caractérisant la source. L'estimation de ce système conduit donc à la caractérisation de la dispersion d'un point de vue spatial et temporel. La connaissance de la matrice de commande B renseigne ici sur la localisation de la source. Dans le cas mono-source, la matrice B de taille $(L \times l) \times 1$ contient $l - 1$ zéros et un 1 au point correspondant à la position de la source. w^n modélise ici la concentration de fond considérée comme une variable aléatoire gaussienne. Conséquence d'une émission lointaine ou très diffuse, sa moyenne et variance sont peu significatives en comparaison de la puissance du signal associé à la source à détecter. La matrice d'état A modélise la réponse libre du système de dispersion selon la définition analytique de l'équation différentielle (1). Enfin y^n est le vecteur de mesures fournies par les n_c capteurs. Le principe de codage d'une ligne de la matrice C de taille $n_c \times (L \times l)$ est similaire au codage de B . C est parfaitement connue à partir des coordonnées des capteurs dans la zone d'observation. Les observations y^n du vecteur d'état sont entachées par un bruit de mesure b^n considéré comme la réalisation d'un variable aléatoire *iid* gaussienne et indépendante de w^n .

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

La figure 1 montre une simulation du processus de propagation directe. Le signal source, ici synthétique, simule un épisode de rejet discontinu, mais d'amplitude constante. Les conditions suivantes ont été imposées :

- $\vec{U} : (6m/s, 45)$.
- zone d'observation carrée : $(10km, 10km)$, pas spatial $500m$.
- coordonnée source : $(500m, 1km)$ par rapport à l'origine.
- coordonnées capteurs $(n_c = 3) : (1.5km, 3.5km), (7.5km, 6km), (5.5km, 2, 5km)$.
- Période d'échantillonnage $p = 50s$.
- $K_x = K_y = 3m^2/s$
- bruit : $\sigma^2 = 16 \Rightarrow$ RSB de 34 dB.

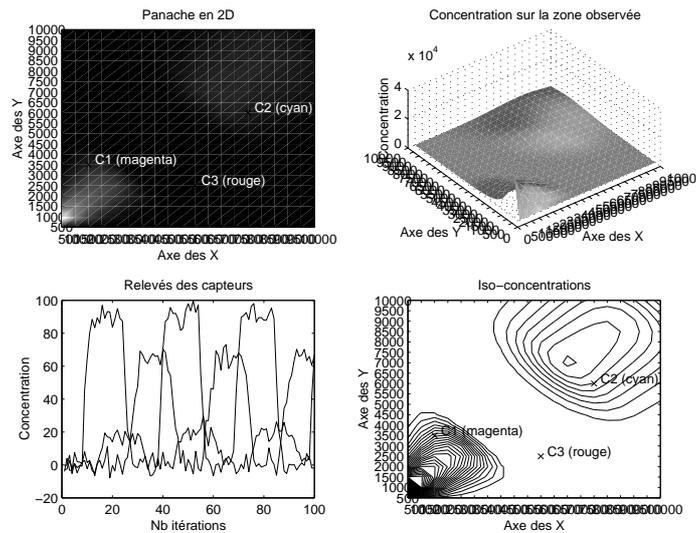


Figure 1: Simulation de propagation dans le sens direct

La forme particulière des matrices d'état fournit une information structurelle *a priori* très intéressante pour l'identification du système de propagation et pour la localisation. On entend par identification aveugle l'estimation des paramètres m_q de la matrice A , en particulier les paramètres manquant à la connaissance complète de l'évolution. En effet, si les conditions d'advection sont connues (U_x, U_y) , en revanche les paramètres de diffusion K_x et K_y sont à identifier. Il convient alors seulement de déterminer m_1 et m_4 . La localisation de la source revient à estimer la matrice B . La déconvolution consiste alors à reconstruire la série $S^0 \dots S^N$ de la source, opération réalisable une fois le modèle d'état (A, B, C) complètement identifié.

4. Identification aveugle

Des travaux récents (Moulines et al., 1995) ont montré la possibilité d'exploiter l'orthogonalité entre le sous-espace bruit et le sous-espace signal des signaux capteurs pour construire une forme quadratique dont la minimisation permet de résoudre le problème d'identification aveugle en utilisant uniquement les statistiques d'ordre deux. L'avantage réside dans la faible complexité calculatoire de la méthode comparativement à celle initialement proposée par (Tong et al., 1991). Celle-ci trouve de nombreuses applications dans le traitement d'antenne (Méthodes Haute Résolution, 1999) comme dans les techniques d'égalisation multicapteur en télécommunication (Brossier, 1997).

Un signal s_n émis dans un canal de réponse impulsionnelle finie h_n d'ordre M produit les observations y_n bruitées par un bruit b_n blanc *iid* de variance σ^2 selon le produit de convolution :

$$y_n = \sum_{\Delta=0}^M h_n s_{n-\Delta T} + b_n \quad (6)$$

En multicapteur, les h_n^i ($1 < i < n_c$) sont les canaux vus par chacun des capteurs. Si N échantillons de y_n^i sont reçus, la forme matricielle de (6) s'écrit:

$$Y_n^i = \mathcal{H}_N^i S_n + B_n^i \quad (7)$$

avec $Y_n^i = [y_n^i, \dots, y_{n-N+1}^i]^T$, $B_n^i = [b_n^i, \dots, b_{n-N+1}^i]^T$ et \mathcal{H}_N^i la matrice de filtrage (dite de Sylvester) de taille $N \times (M + N)$ associée au canal h_n^i .

$$\mathcal{H}_N^i = \begin{pmatrix} h_0^i & \dots & h_M^i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_0^i & \dots & h_M^i \end{pmatrix}$$

En regroupant les n_c sorties, l'ensemble des observations devient :

$$Y_n = \mathcal{H}_N S_n + B_n \quad (8)$$

avec $\mathcal{H}_N = (\mathcal{H}_N^1 \dots \mathcal{H}_N^{n_c})^T$. Sous réserve que les conditions d'identifiabilité suggérées par (Tong et al., 1991) (diversité des canaux, $N > M$, matrice \mathcal{H}_N de rang colonne plein) soient vérifiées, ainsi que l'indépendance statistique de la source et du bruit, la matrice d'autocorrélation des sorties devient :

$$R_y = E[Y_n Y_n^T] = \mathcal{H}_N R_s \mathcal{H}_N^T + R_b \quad (9)$$

où R_y est de taille $(n_c N) \times (n_c N)$. En classant les $n_c N$ valeurs propres $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M+N-1} \geq \dots \geq \lambda_{n_c N-1}$ et les vecteurs propres associés de l'EVD de R_y , celle-ci est équivalente à :

$$R_y = E[Y_n Y_n^T] = U \cdot \text{diag}(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M+N-1}) \cdot U^H + \sigma^2 V \cdot V^H \quad (10)$$

Cette décomposition sépare le sous-espace signal (engendré par les colonnes de $U = [U_0, \dots, U_{M+N-1}]$ dont les valeurs propres associées sont supérieures à σ^2) et le sous-espace bruit (engendré par les colonnes de $V = [V_0, \dots, V_{n_c N - M - N - 1}]$). L'ordre M du système peut être déduit de la taille du sous-espace signal, mais il est cependant souvent nécessaire de faire appel à des méthodes de sélection d'ordre (Méthodes Hautes Résolution, 1999).

Les deux sous-espaces étant orthogonaux, et comme l'espace signal est le même que celui engendré par les colonnes de \mathcal{H}_N , celles-ci sont orthogonales à tout vecteur V_i de l'espace bruit : $\mathcal{H}_N^T \cdot V_i = 0$. (Moulines et al., 1995) ont montré que la minimisation, par rapport aux coefficients de la réponse impulsionnelle $H = [H^{(1)T}, \dots, H^{(n_c)T}]^T$, de la forme quadratique $J(H) = H^T Q H$ sous la contrainte $|H| = 1$ avec $Q = \sum_{i=0}^{n_c N - M - N - 1} \mathcal{V}_i \mathcal{V}_i^T$ permet de résoudre le problème d'identification aveugle. \mathcal{V}_i est la matrice de filtrage associée au vecteur propre V_i du sous-espace bruit.

5. Localisation et identification

Le problème conjoint de l'identification des réponses impulsionnelles et de la localisation, nous amène à reconsidérer le problème posé par (Moulines et al., 1995) en intégrant l'information *a priori* fournie par la paramétrisation de notre modèle d'état. Ce dernier dépend des cinq paramètres m_q , ($q = 1..5$) caractérisant la matrice d'état A et de la matrice B localisante inconnue. Rappelons que le passage du modèle d'état aux coefficients de la réponse impulsionnelle du canal i nous est donnée par l'expression classique : $H^{(i)} =$

$[C^{(i)}B, \dots, C^{(i)}A^k B, \dots, C^{(i)}A^{M-1}B]^T$ ($i = 1 \dots n_c$) où $C^{(i)}$ correspond à la i^{ieme} ligne de C . La réponse impulsionnelle du canal i peut alors s'exprimer comme une fonction de B, m_1 et m_4 telle que ;

$$H^i(B, m_1, m_4) = [C^{(i)}B, \dots, C^{(i)}A^k(m_1, m_4)B, \dots, C^{(i)}A^{M-1}(m_1, m_4)B]^T \quad (11)$$

La localisation pose le problème de la détermination de la matrice B , pour laquelle une structure est imposée. Dans le cas mono-source, celle-ci est assimilable à un vecteur d'une base orthonormée d'un espace de dimension égale à celle du vecteur d'état. La détermination de B est alors un problème de décision visant à sélectionner un de ces vecteurs de la base au sens de la minisation d'un critère de localisation. En itérant sur les vecteurs B correspondant à l'excursion du domaine d'observation, nous proposons ici de résoudre le problème d'optimisation par rapport aux paramètres m_1, m_4 :

$$(B^*, m_1^*, m_4^*) = \arg \min_B (\min_{m_1, m_4} J(B, m_1, m_4)) \quad (12)$$

où

$$J(B, m_1, m_4) = H^T(B, m_1, m_4)QH(B, m_1, m_4) + \sum_{\substack{i,j=1, \\ i \neq j}}^{n_c} \|y_j - \mathcal{F}_{ij}(B, m_1, m_4)y_i\| \quad (13)$$

Pour une position donnée de la source (B fixé), le critère $J(B, m_1, m_4)$ quantifie d'une part l'orthogonalité des sous-espaces source et bruit au sens de (Moulines et al., 1995) et l'erreur quadratique des observations réelles et estimées entre chaque paire de capteurs. Intuitivement, on comprend ici l'intérêt pour la localisation du pouvoir discriminant de cette mesure en cherchant la coïncidence implicite des informations de phase et d'amplitude contenues dans les signaux. Si h_i et h_j sont les réponses impulsionnelles entre la source et deux capteurs i et j , il est clair que la réponse impulsionnelle h_{ij} caractérisant la fonction de transfert du capteur i vers le capteur j (Figure 2) peut prendre la forme $h_{ij} = \frac{h_j}{h_i}$. La matrice de filtrage \mathcal{F}_{ij} associée

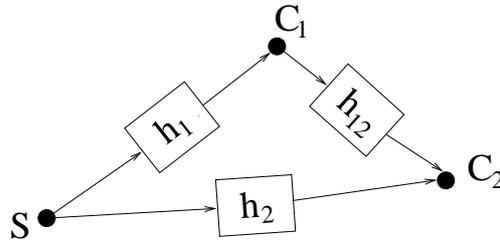


Figure 2: Modélisation des canaux intercapteurs

s'obtient en calculant la pseudo inverse \mathcal{F}_i^\dagger telle que :

$$\mathcal{F}_{ij} = \mathcal{F}_j \mathcal{F}_i^\dagger \quad (14)$$

Pour chaque couple de capteurs, l'erreur de poursuite $\varepsilon_{j/i} = \|y^{(j)} - \hat{y}^{(j)}\|$ entre les estimations $\hat{y}^{(j/i)} = \mathcal{F}_{ij}(B, m_1, m_4)y^{(i)}$ au capteur d'arrivée j et l'observation à ce même capteur tend vers zéro lorsque la réponse impulsionnelle intercapteurs coïncide (au bruit près) à celle du système à identifier.

Toutefois, il est prudent de ne considérer la validité du critère que dans les cas où le rapport signal bruit n'est pas trop faible, typiquement supérieur à 25dB. En deçà, le bruit altère la mesure de coïncidence et conduit à une erreur de localisation. Un trop grand rapport signal à bruit (> 50 dB sur la mesure la plus bruitée) rend la séparation des sous-espaces signal et bruit très difficile (le sous-espace bruit n'apportant plus d'information) et conduit à une

indétermination. Il conviendrait dans ce cas d'identifier les réponses impulsionnelles à l'aide du sous-espace signal.

La résolution du programme d'optimisation (12) s'effectue de façon itérative sur les positions admissibles du maillage. Cette méthode entraîne une forte complexité de calcul car tous les points de la zone d'observation (excepté les positions des capteurs) sont des positions *a priori* possibles pour la source. Nous proposons dans la partie suivante une méthode réduisant l'espace des positions de source admissibles.

6. Pré-localisation

Le calcul (2) de la concentration au point (i, j) dépend de l'état de ses quatre voisins selon la forme $\Upsilon_{i,j}^{n+1} = g(\Upsilon_{i+1,j}^n, \Upsilon_{i,j}^n, \Upsilon_{i-1,j}^n, \Upsilon_{i,j+1}^n, \Upsilon_{i,j-1}^n)$. Du masque de convolution (Figure 3.a) appliqué à chaque maille de la zone, on en déduit un schéma spatio-temporel de propagation numérique vers le capteur depuis les k itérations passées (Figure 3.b).

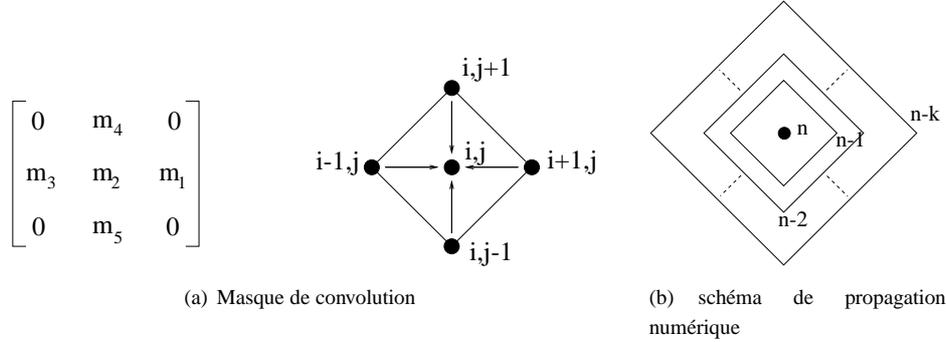


Figure 3: Masque de convolution et schéma de propagation numérique

Pour chaque rang $k = \{0, 1, \dots, K\}$, on peut définir un ensemble de noeuds dit "iso-retards" participant au calcul de la concentration du noeud voisin situé dans la direction du capteur considéré. Cet ensemble de points définit géométriquement un quadrilatère d'influence du capteur. Ainsi, la contribution d'une source située sur un quadrilatère de rang k se répercute sur le signal du capteur considéré k itérations plus tard. Pour les n_c capteurs on établit les listes $L_k^{C_a}$ ($k = \{0, 1, \dots, K_a\}$ et $a = 1, \dots, n_c$) contenant tous les points du maillage reliés par les cotés du quadrilatère de rang k pour le capteur C_a . Ces listes sont stockées dans un tableau correspondant à chaque capteur (Tableau 1).

capteur C_a	
rang 1	$\{x_{C_a}, y_{C_a}\}$
rang 2	$\{x_{C_a}, y_{C_a}, \dots\}$
\vdots	\vdots
rang K_a	$\{\emptyset\}$

Tableau 1: Listes pour le capteur C_a

Supposons un signal de type échelon émis depuis un point source quelconque. Si le décalage temporel τ_{ab} de l'apparition du front d'onde entre chaque paire de capteur (C_a, C_b) ($a \neq b$) est connu, ce décalage permet alors de définir l'ensemble des positions admissibles obtenues par intersection des listes $L_k^{C_a}$ et $L_{k+\tau_{ab}}^{C_b}$ ($k = \{0, 1, \dots, \max(K_a, K_b)\}$). La figure 4 montre les positions admissibles pour différentes valeurs de k avec $\tau_{ab} = 0$.

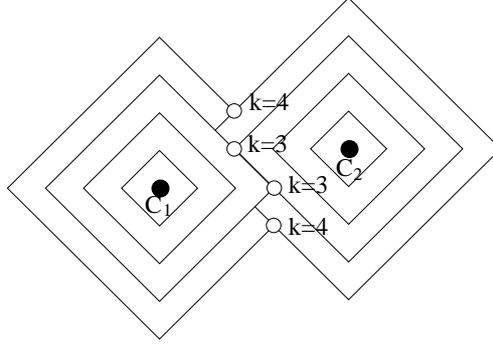


Figure 4: Positions possibles pour $\tau_{ab} = 0$

La détermination des retards s'effectue rapidement en localisant les maxima de la séquence d'intercorrélation de chaque paire de capteurs. S'agissant des matrices d'intercorrélation $R_y^{(a,b)} = E[Y_n^a Y_n^{bT}]$, la valeur maximale se situe sur une sous-diagonale distante de τ_{ab} par rapport à la diagonale principale. Généralisée à l'ensemble des capteurs, cette méthode réduit considérablement l'espace des positions de source admissibles. Cette méthode est cependant sensible au bruit et peut conduire à un domaine admissible vide dans le cas d'une mauvaise estimation des retards τ_{ab} .

7. Déconvolution

Nous supposons maintenant notre modèle (A, B, C) connu suite à l'étape d'identification précédente.

Pour la déconvolution, l'idée consiste à restituer la commande optimale S^{n*} au sens de la poursuite de trajectoire suggérée dans l'observateur robuste de (Neveux et al., 1997). Les mesures y^n obtenues en sortie du système direct (Figure 1) sont comparées à celles issues du modèle identifié \hat{y}^n . On recherche le signal S^{n*} minimisant la différence $(\hat{y}^n - y^n)$ au sens du critère (15).

$$r = \underbrace{\frac{1}{2}(y^N - C\Upsilon_N)^T M (y^N - C\Upsilon_N)}_{O_1} + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\underbrace{(y^k - C\Upsilon_k)^T Q (y^k - C\Upsilon_k)}_{O_2} + \underbrace{S^{kT} R S^k}_{O_3} \right] \quad (15)$$

O_1 : erreur terminale minimale.

O_2 : critère de poursuite en sortie.

O_3 : minimisation d'énergie servant aussi de terme de régularisation.

R , Q , et M sont des matrices de pondération. Q et M sont semi-définies positives et R est définie positive. La matrice de pondération R règle l'influence de la minimisation de l'énergie du signal. La matrice Q pondère le critère de poursuite.

Le calcul de l'hamiltonien discret H_{k+1} construit à partir du critère $r(\cdot)$ et de la contrainte imposée par l'équation d'état, s'exprime à l'instant $k + 1$ par :

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= -r(\cdot) + \lambda_{k+1}^T f_k(\cdot) \\ &= - \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ (y^k - C\Upsilon_k)^T Q (y^k - C\Upsilon_k) + S^{kT} R S^k \right\} + \frac{1}{2} (y^N - Cx_N)^T M (y^N - C\Upsilon_N) \right\} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{N-1} \lambda_{k+1}^T (A_k \Upsilon_k + B S^k) \quad (16) \end{aligned}$$

En dérivant successivement l'hamiltonien par rapport à S^k , Υ_k et λ_{k+1} dans le cas de la poursuite ($y^k \neq 0$), la recherche d'une structure bouclée de l'observateur passe par la recherche d'une solution au système d'équations :

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BR^{-1}B^T A^{-T} C^T Q C & BR^{-1}B^T A^{-T} \\ A^{-T} C^T Q C & A^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Upsilon_k \\ \lambda_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -BR^{-1}B^T A^{-T} C^T Q \\ -A^{-T} C^T Q \end{bmatrix} [y^k] \quad (17)$$

de sorte à extraire une expression du type :

$$\lambda_k = P_k \Upsilon_k + \varphi_k \quad (18)$$

On obtient alors l'équation de récurrence dépendant de P_k et de φ_k :

$$\begin{aligned} P_k \Upsilon_k + \varphi_k = & [-C^T Q C + A_k^T P_{k+1} (I - BR^{-1}B^T P_{k+1})^{-1} A_k] \Upsilon_k + C^T Q y^k \\ & + A_k^T [P_{k+1} (I - BR^{-1}B^T P_{k+1})^{-1} BR^{-1}B^T + I] \varphi_{k+1} \end{aligned} \quad (19)$$

séparable en deux équations de récurrence :

- sur P_k , appelée équation de Riccati :

$$P_k = -C^T Q C + A_k^T [P_{k+1} + P_{k+1} B [R - B^T P_{k+1} B]^{-1} B^T P_{k+1}] A_k \quad (20)$$

- sur φ_k :

$$\varphi_k = C^T Q y^k + A_k^T [P_{k+1} + P_{k+1} B [R - B^T P_{k+1} B]^{-1} B^T P_{k+1}] BR^{-1}B^T + I] \varphi_{k+1} \quad (21)$$

Les équations récurrentes (20) et (21) sont calculées à rebours avec comme conditions finales :

- $P_N = M$
- $\varphi_N = M y^N$

Finalement, l'équation de la loi d'entrée a pour forme :

$$S^{k*} = L_k \Upsilon_k + T_k \varphi_{k+1} \quad (22)$$

avec :

$$L_k = (R - B^T P_{k+1} B)^{-1} B^T P_{k+1} A_k \quad (23)$$

$$T_k = (R - B^T P_{k+1} B)^{-1} B^T \quad (24)$$

8. Résultats

Les simulations ont été effectuées dans les mêmes conditions que dans la section (3). Une zone de positions de source admissible a été définie selon le principe de pré-localisation présenté dans la section (6) (Figure 5.a). La figure 5.b présente le signal source et les signaux reçus au niveau des trois capteurs. La figure 5.c montre les réponses impulsionnelles originales et celles obtenues après l'identification aveugle. Les paramètres m_1 et m_4 sont estimés avec respectivement 30% et 60% d'erreur, mais ces paramètres ayant des valeurs très faible, cette erreur n'entraîne que peu de dérive dans l'estimation globale du système. En effet, cette dernière est compensée par l'ajustement des autres paramètres m_q qui dépendent de (m_1, m_4) . Cela se voit clairement sur la figure 5.c où l'on remarque que les réponses estimées sont quasiment confondues avec les originales (environ 0.1% d'erreur moyenne). En conclusion, l'identification nous fournit un système ayant un comportement identique à celui de départ. La figure 5.d illustre la méthode de déconvolution présentée dans la section précédente.

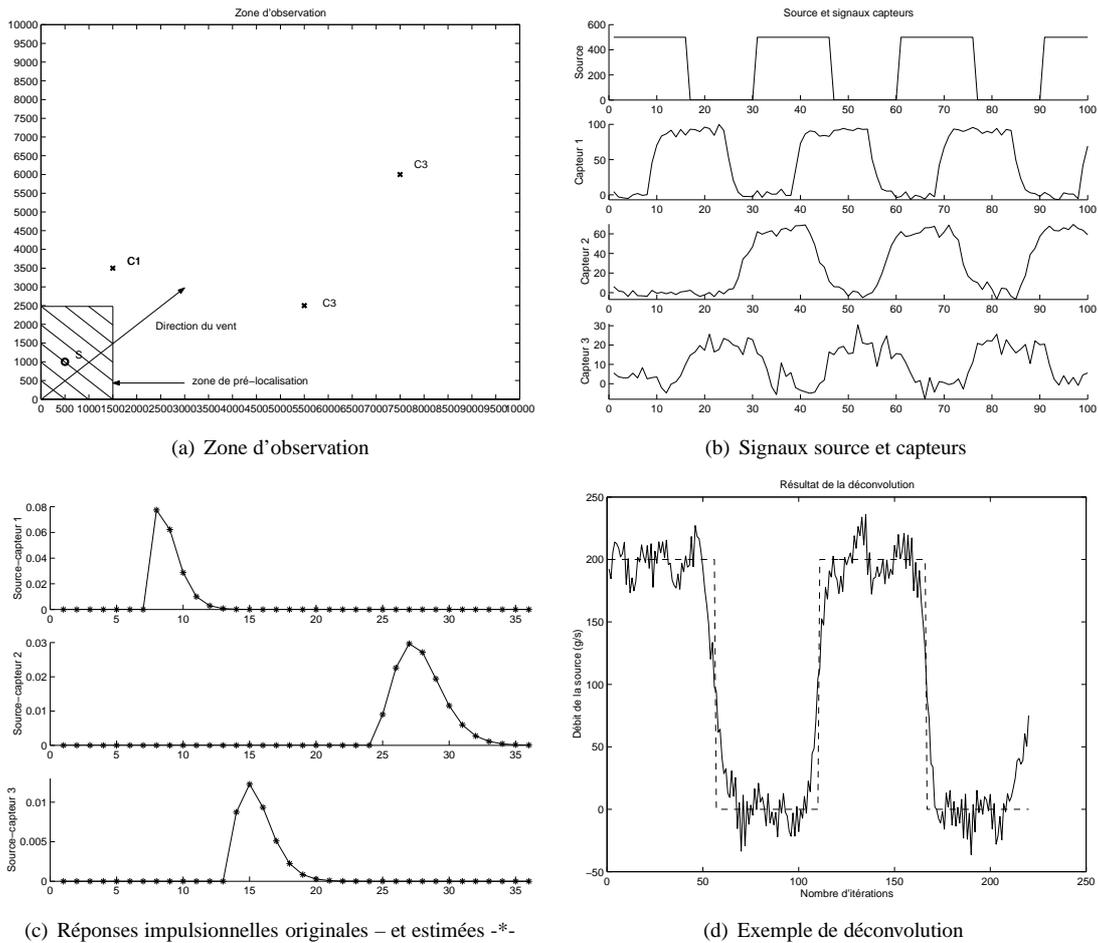


Figure 5: Résultats de simulations

9. Conclusion

Nous avons proposé une chaîne complète de traitement permettant à la fois l'identification des paramètres du système de dispersion, la localisation et la déconvolution de la source. Ne disposant que des mesures capteurs et des conditions d'advection, l'utilisation des méthodes sous-espace nous permet l'identification sans aucune connaissance *a priori* du signal source. La reconstruction des réponses impulsionnelles de chaque canaux est basée sur la minimisation d'un critère additionnant un terme mesurant l'orthogonalité des sous-espaces signal et bruit et la mesure de coïncidence des réponses impulsionnelles intercapteurs. L'itération de ce programme de minimisation sur un domaine de positions potentielles de la source issue de la pré-localisation réduit sensiblement la complexité de calcul. L'étape de déconvolution s'appuie sur la recherche de la commande optimale au sens d'un critère de poursuite. Cette méthode présente l'avantage d'utiliser tous les signaux capteurs, et non un seul dans la déconvolution mono-canal, améliorant ainsi la qualité de la reconstruction du signal source. L'algorithme fournit des résultats satisfaisants pourvu que le RSB des mesures se situe dans la fourchette [20dB-50dB]. Au cas où un des signaux capteurs sort du domaine précédent, il est alors décidé d'exclure ce dernier du terme de coïncidence des RI ou du terme concernant le sous-espace. Reste qu'un certain nombre de problèmes sont ici écartés. L'incertitude du modèle, la variabilité des conditions d'advection, le sous-échantillonnage temporel des mesures, la complexité engendrée par une résolution spatiale fine sont autant d'aspects qui peuvent dans certaines situations se révéler problématiques dans l'état actuel de cette étude.

10. Références bibliographiques

Brossier J.-M. Signal et communication numérique, égalisation et synchronisation. HERMES, 1997.

Euvrard D. Résolution numérique des équations aux dérivées partielles. MASSON, 1994.

Lascaux P., Theodor R. Analyse numérique matricielle appliquée l'art de l'ingénieur, Tome I : Méthodes directes. MASSON, 1993.

Méthodes Hautes Résolution. HERMES, 1999.

Moulines E., Duhamel P., Cardoso J.-F., Mayrargue S. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters. IEEE Trans on Signal Processing, vol. 43, pp. 516-525, 1995.

Neveux Ph., Sekko E., Thomas G., Sarri P. Déconvolution robuste pour les systèmes lentement variables. Seizième colloque GRETSI, pp. 139-142, 1997.

Ternisien E., Roussel G., Benjelloun M. Blind Localization by Subspace Method for a Scattering Model. Proc. Sysid 2000, 2000.

Tong L., Xu G., Kailath T. A new approach to blind identification and equalization of multipath channels. Proc. 25th Asilomar Conf., pp. 856-860, 1991.